

# Tentamen Analyse 1W

Maandag 8 januari 2018, 14:00–17:00 uur

---

- Schrijf op ieder vel je naam en studentnummer.
  - Er zijn **zes** opgaven. Vergeet de achterkant niet!
  - Ieder antwoord dient gemotiveerd te worden met een (korte) berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
  - Het gebruik van een grafische rekenmachine is **NIET** toegestaan; een gewone rekenmachine mag wel worden gebruikt, maar elk antwoord moet exact worden berekend.
- 

1 De functie  $f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  is gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^2 + 4}, & -3 \leq x \leq -1, \\ \ln(3 + 2x - x^2), & -1 < x \leq 2, \\ 2 + \ln(3) - 2\sqrt[3]{x-1}, & 2 < x \leq 3. \end{cases}$$

- Ga na dat  $f$  goed gedefinieerd is op  $(-1, 2]$ .
- Toon aan dat  $f$  differentieerbaar is in 2.
- Is  $f$  continu in 2? Beargumenteer!
- Bepaal de eventuele verticale asymptoot van  $f$ .
- Bepaal de afgeleide  $f'$  van  $f$  op  $(-3, 3) \setminus \{-1, 2\}$ .
- Bepaal plaats en grootte van de extreme waarden van  $f$  en bepaal of het maxima of minima zijn. Geef ook aan of de maxima en minima globaal of alleen lokaal zijn.

2 De kromme  $K$  bestaat uit alle  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  die voldoen aan

$$(x - 2y)^3 - 3x + y = 0.$$

Bepaal de coördinaten van de punten op  $K$  waar de raaklijn aan  $K$  horizontaal is. Je mag het volgende gegeven gebruiken: in ieder punt  $(x, y)$  op  $K$  waar de raaklijn aan  $K$  horizontaal is, is de kromme  $K$  in de buurt van dat punt gelijk aan de grafiek van een differentieerbare functie  $f$  die gedefinieerd is op een open interval dat  $x$  bevat.

**3** Ga van de volgende reeksen na of deze absoluut convergeren, voorwaardelijk convergeren of divergeren:

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{1}{n}\right),$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{4n^4 + (-1)^n \ln(n)},$

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!3^n}{(3n)!},$

(d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan(n)\right).$

**4** Bereken de volgende bepaalde en onbepaalde integralen:

(a)  $\int \sin(x) \cos(x) (\tan(x) - 1) dx,$

(b)  $\int \frac{3x^2 + 8x + 5}{x^3 + 2x^2 + 5x} dx,$

(c)  $\int_1^e \frac{1}{\sqrt{x^2 - x^2 \ln^2(x)}} dx.$

**5** Gebruik het eerstegraads Taylorpolynoom van  $x \mapsto e^{\sqrt{x}}$  rond  $a = 1$ , in combinatie met de foutterm, om te laten zien dat voor iedere  $x \in [1, 4]$  geldt dat

$$0 \leq e^{\sqrt{x}} - e - \frac{e}{2}(x - 1) \leq \frac{e^2}{16}(x - 1)^2.$$

**6** Bekijk de functie  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeven door

$$g(x) = \int_0^x e^{t^2} dt, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Geef het zevendegraads Taylorpolynoom van  $g$  rond het punt  $a = 0$ .

Puntenverdeling (onder voorbehoud)

Opgave:	1	2	3	4	5	6	Totaal
Punten:	23	8	23	22	8	6	90
	(2+5+2+2+4+8)	(8)	(6+6+6+5)	(6+10+6)	(8)	(6)	

$$\text{Eindeijfer} := \frac{\text{aantal punten}}{9}$$