

Tentamen Analyse 1W

Dinsdag 8 januari 2019, 14:00–17:00 uur

- Schrijf op ieder vel je naam en studentnummer.
 - Er zijn **zes** opgaven. Vergeet de achterkant niet!
 - Ieder antwoord dient gemotiveerd te worden met een (korte) berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
 - Het gebruik van een grafische rekenmachine is **NIET** toegestaan; een gewone rekenmachine mag wel worden gebruikt, maar elk antwoord moet exact worden berekend.
-

1 De functie $f : [-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x = -2, \\ \frac{2}{x+2}, & -2 < x \leq 0, \\ \frac{e^x + x}{e^x - x}, & x > 0. \end{cases}$$

- Toon aan dat f continu is in 0.
- Is f differentieerbaar in 0? Beargumenteer!
- Bepaal de eventuele verticale, horizontale en scheve asymptoten van f .
- Bepaal plaats en grootte van de extreme waarden van f en bepaal of het maxima of minima zijn. Geef ook aan of de maxima en minima globaal of alleen lokaal zijn.

2 De functie $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$g(x) = (1 + \sin x)^{\frac{1}{3}}$$

en p is het eerstegraads Taylorpolynoom van de functie g rond $a = 0$.

- Bepaal p .
- Toon aan dat

$$g(x) \leq p(x) \text{ voor alle } x \in [0, \pi].$$

- Bereken

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - p(x)}{x^2}.$$

3 Bereken met behulp van standaard Taylorreeksen de volgende limiet:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - xe^x + x^2}{x(1 - \cos(x))}.$$

4 Ga van de volgende reeksen na of deze absoluut convergent, voorwaardelijk convergent of divergent zijn:

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2\sqrt{n} + 3},$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \left(1 + \frac{1}{n^3} \right),$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^{2n}}.$$

5 Bereken de volgende bepaalde en onbepaalde integralen:

$$(a) \int \ln^2(x) dx,$$

$$(b) \int \frac{4x^4 + 2x^3 + x^2 + x - 3}{x^3 - x^2} dx,$$

$$(c) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4 \cos(x) \sin(x)}{4 \sin^2(x) + 4 \sin(x) + 10} dx.$$

6 De functie $f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} -(x-2)^2, & 0 \leq x \leq 2, \\ \int_4^{x^2} e^{t^2} dt, & 2 < x \leq 3. \end{cases}$$

Laat $B \subseteq \mathbb{R}$ het bereik zijn van f .

(a) Toon aan dat $f: [0, 3] \rightarrow B$ inverteerbaar is.

(b) Toon aan dat B een gesloten begrensde interval is.

Puntenverdeling (onder voorbehoud)

Opgave:	1	2	3	4	5	6	Totaal
Punten:	21	8	5	18	21	7	80
	(4+2+4+11)	(3+3+2)		(6+5+7)	(4+8+9)	(4+3)	