

TENTAMEN DISCRETE BESLISKUNDE 2018

25 januari 2019

Dit tentamen bestaat uit vijf opgaven. Bij iedere opgave staat het aantal punten dat verdiend kan worden tussen vierkante haken. Vergeet niet je naam en studentnummer te schrijven op ieder vel dat je inlevert! Er mag bij dit tentamen een niet-programmeerbare rekenmachine worden gebruikt, evenals een exemplaar van het dictaat Discrete beslis-kunde. In het dictaat mogen geen (uitgebreide) aantekeningen zijn gemaakt; markeringen van enig soort en korte opmerkingen zijn wel toegestaan.

Veel succes!

Opgave 1

Twee vrienden, een durfal en een held op sokken, bezoeken de Efteling. Ze hebben nog tijd voor één activiteit, en moeten kiezen tussen een wandeling door het sprookjesbos of een ritje in de python. Om te bepalen wat ze gaan doen, besluiten ze de verschillende opties een waardering te geven in sterren.

Een bezoek aan het sprookjesbos vindt onze held op sokken geweldig en wordt gewaardeerd met 5 sterren; de durfal zal zich er ook prima vermaken en geeft 4 sterren. Een ritje in de python is voor de durfal favoriet en krijgt van hem hoe dan ook 5 sterren. Als de held op sokken alleen in de python moet, is dit verschrikkelijk en verdient het 0 sterren, maar in het gezelschap van de durfal is de held blij om de grenzen te verleggen en worden er 4 sterren gegeven. Als de twee vrienden hetzelfde kiezen om te doen, dan hoeven ze niet op te splitsen, wat door beide ervaren wordt als een bonus van 2 sterren bovenop de reeds gegeven sterren.

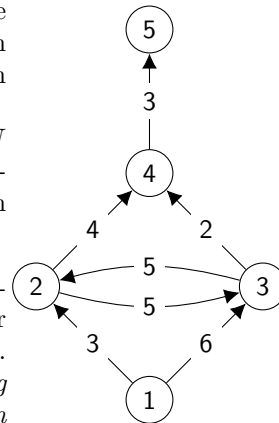
[4 pt.] Modelleer bovenstaande als een non-coöperatief bi-matrix spel en bepaal alle Nash evenwichten.

Opgave 2

Gegeven een netwerk $N = (V, A)$ met lengtefunctie $l: A \rightarrow \mathbb{R}$, en twee knopen $v, w \in V$. Gevraagd is een kortste pad van v naar w dat gebruikmaakt van een even aantal pijlen.

(a) [2 pt.] Construeer een netwerk N' aan de hand van N zodanig dat het vinden van een kortste pad in N' overeenkomt met het oplossen van het gegeven probleem in N . Beargumenteer de juistheid van de constructie.

(b) [3 pt.] Vind m.b.v. het algoritme van Dijkstra in nevenstaand netwerk een kortste pad van knoop 1 naar knoop 5 dat gebruikmaakt van een even aantal pijlen. *Als opgave a. niet is gelukt, bepaal dan simpelweg een kortste pad van 1 naar 5 met het algoritme van Dijkstra voor maximaal 2 pt.*



Vergeet niet de opgaven op de achterkant!

Opgave 3

[3 pt.] Los het volgende geheeltallige LP-probleem op m.b.v. branch and bound:

$$\max \left\{ x_1 + x_2 \mid \begin{array}{l} x_1 - x_2 \leq 1 \\ -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \text{ en geheel} \end{array} \right\}.$$

Je mag de deelproblemen grafisch oplossen. Kies de variabele met de laagste index om op te splitsen, en behandel eerst het geval $x_i \leq \lfloor b_i^* \rfloor$.

Opgave 4

[3 pt.] Bewijs de Huwelijksstelling van Hall (Stelling 6.21) m.b.v. de Stelling van König-Egerváry (Stelling 6.31). Naast Stelling 6.31 mag je geen andere resultaten uit Hoofdstuk 6 gebruiken.

Opgave 5

Beschouw het volgende projectplanningsprobleem.

Activiteit	Voorganger(s)	Tijdsduur
A	-	3
B	-	6
C	-	7
D	A	5
E	B,C,D	4
F	A	6
G	E,F	2

- [1 pt.] Teken het bijbehorende netwerk.
- [2 pt.] Bepaal het kritieke pad en de speling van alle activiteiten m.b.v. de recursieve berekeningen.
- [2 pt.] Stel het oorspronkelijke en het duale lineaire programmeringsprobleem op.
- [1 pt.] Stel dat de tijdsduur van iedere activiteit verkort kan worden tegen betaling. Deze reductie van de tijdsduur is wel begrensd. De extra kosten voor de reductie per tijdseenheid en de grens voor deze reductie staan in onderstaande tabel.

Activiteit	Kosten reductie	Maximale reductie
A	15	1
B	20	4
C	10	2
D	15	2
E	30	1
F	20	3
G	25	1

Formuleer het LP-probleem om zo goedkoop mogelijk het project af te ronden binnen 10 tijdseenheden.

Opgave	1	2	3	4	5	Totaal
Punten	4	5	3	3	6	21