# Tentamen Analyse 1W

Vrijdag 5 februari 2016, 14:00–17:00 uur

---

- Schrijf op ieder vel je naam en studentnummer.
- Er zijn **zes** opgaven. Vergeet de achterkant niet!
- Ieder antwoord dient gemotiveerd te worden met een (korte) berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
- Het gebruik van een grafische rekenmachine is **NIET** toegestaan; een gewone rekenmachine mag wel worden gebruikt, maar elk antwoord moet exact worden berekend.

---

1. De functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 8x} - x - 16 & \text{voor } x < -8, \\ 4\sqrt[3]{x} & \text{voor } -8 \leq x \leq 0, \\ \sqrt{x^2 + 8x} - x & \text{voor } x > 0. \end{cases}$$

   a. Toon aan dat $f$ continu is op $\mathbb{R}$.

   b. Ga na of $f$ asymptoten (verticaal, horizontaal, scheef) heeft en bepaal de vergelijking van de eventuele asymptoten.

   c. Bepaal de extreme waarden van $f$ en bepaal of het maxima of minima zijn. Geef ook aan of de gevonden maxima en minima globaal of alleen locaal zijn.

   d. Ga na of $f$ buigpunten heeft en bepaal de coördinaten van eventuele buigpunten van $f$.

2. Bereken de volgende bepaalde en onbepaalde integralen:

   a. $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x}e^{-x\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x,$

   b. $\displaystyle\int \frac{1+x}{x^2+x^4}\,\mathrm{d}x,$

   c. $\displaystyle\int \tan^3 x\,\mathrm{d}x.$

3. a. Bepaal het zesde-graads Taylorpolynoom rond $a = 0$ van de functie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeven door $f(x) = x\cos(2x) - 2e^{x^2}$, $x \in \mathbb{R}$.

   b. Bekijk de functie $h\colon (-1, \infty) \to \mathbb{R}$ gegeven door $h(x) = \ln(x+1)$, $x \in (-1, \infty)$. Bepaal $h^{(7)}(0)$.

**Op de achterkant staat de rest van de opgaven.**

4. Bekijk de functie $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeven door $g(x) = x^3 + x$, $x \in \mathbb{R}$.
   a. Bewijs dat $g$ inverteerbaar is.
   b. Bekijk $F(x) = \int_0^{x^3+x} g^{-1}(t)\,\mathrm{d}t$, $x \in \mathbb{R}$. Bepaal $F'(x)$ voor elke $x \in \mathbb{R}$.

5. Bekijk de machtreeks $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\ln n + \sqrt{n}}$. Bepaal voor welke waarden van $x \in \mathbb{R}$ deze machtreeks absoluut convergeert, voorwaardelijk convergeert of divergeert.

6. Gebruik het eerste-orde Taylorpolynoom van $\tan x$ rond $a = \pi/4$, in combinatie met de restterm, om te laten zien dat
$$0 < \tan 44^\circ - 1 + \frac{\pi}{90} < \frac{1}{1620}.$$
(Ter herinnering: $45^\circ = \pi/4$ radialen.)

---

Puntenverdeling (onder voorbehoud)

| Opgave: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Totaal |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Punten: | 27 (4+7+10+6) | 24 (8+8+8) | 10 (6+4) | 7 (3+4) | 10 | 10 | 88 |