Tentamen - Analyse II - Wiskunde

Woensdag 6 juli 2016 - zaal 407/409 Snellius - 14.00-17.00

- Vermeld op ieder vel **duidelijk leesbaar** niet alleen uw naam (met voornaam en alle voorletters), maar ook uw studentnummer.
- Elk antwoord dient gemotiveerd te worden met een berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
- Gebruik van een **niet-grafische** rekenmachine is toegestaan.

Dit tentamen bestaat uit drie opgaven.

Opgave 1 Beschouw de scalaire functie $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeven door

$$f(x, y) = y(2y - x^2 + 1)$$

en het gebied

$$\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1\}.$$

(a) Bepaal de kritieke punten van $f(x, y)$ op $\mathbb{R}^2$ en klassificeer deze (minimum/maximum/zadelpunt).

(b) Vind (en klassificeer) alle lokale/globale maxima/minima van $f(x, y)$ beperkt tot de rand $\partial\mathcal{D}$.

(c) Vind (en klassificeer) alle lokale/globale maxima/minima van $f(x, y)$ op $\mathcal{D}$.

Opgave 2 Bereken met behulp van cilinder-coördinaten de integraal

$$\int_{-2}^{0} \int_{2y^2}^{-4y} \int_{-y}^{\sqrt{z-y^2}} \frac{1}{x^2 + y^2} \, dx \, dz \, dy.$$

Opgave 3 Beschouw het vectorveld

$$\vec{F}(x, y, z) = \big(3y, -xz, yz^2\big)$$

samen met het oppervlak

$$\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2z = x^2 + y^2 \text{ en } z \leq 2\},$$

georienteerd zodat de normaalvectoren naar beneden wijzen.

(a) Bereken de vector-lijn-integraal

$$\oint_{\partial\mathcal{S}} \vec{F} \cdot d\vec{R},$$

door gebruik te maken van een directe berekening. *NB: Zoals gebruikelijk betekent $\partial\mathcal{S}$ de (oppervlakte)-rand van $\mathcal{S}$, positief georienteerd ten opzichte van de orientatie van $\mathcal{S}$.*

(b) Bereken nogmaals de vector-lijn-integraal $\oint_{\partial\mathcal{S}} \vec{F} \cdot d\vec{R}$, maar pas nu de stelling van Stokes toe op het oppervlak $\mathcal{S}$.